

Fortgeschrittenenpraktikum – Vorbereitung

Compton-Effekt

Erik Streb*

5. Juni 2007

Betreuer: Herr Dr. Harneit

1 Einführung

Der Compton-Effekt wurde 1922 von Arthur Holly Compton bei Untersuchungen der Streuung von Röntgenstrahlung an Graphit entdeckt. Dieses Experiment war eine weitere experimentelle Bestätigung von Einsteins 1905 in seiner Arbeit über den Photoeffekt postulierten Lichtquantelung. Dabei kann der Streuprozess eines hochenergetischen Photons an einem quasi-freien Elektron wie ein inelastischer Stoß beschrieben werden, bei dem das Photon abgelenkt wird und einen Teil seiner Energie an das streuende Elektron abgibt. In diesem Experiment werden wir den Compton-Effekt bei der Streuung von γ -Strahlung beobachten.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Absorption von γ -Quanten

Trifft parallele Röntgenstrahlung auf ein Material bestimmter Dicke, so wird die Intensität der Strahlung beim Durchgang durch das Material verringert. Die Transmission nimmt exponentiell mit der Schichtdicke ab. Hierfür sind Streu- und Absorptionsvorgänge, welche sich überlagern, verantwortlich. Diese werden nun im folgenden abgehandelt.

*E-Mail: mail@erikstreb.de

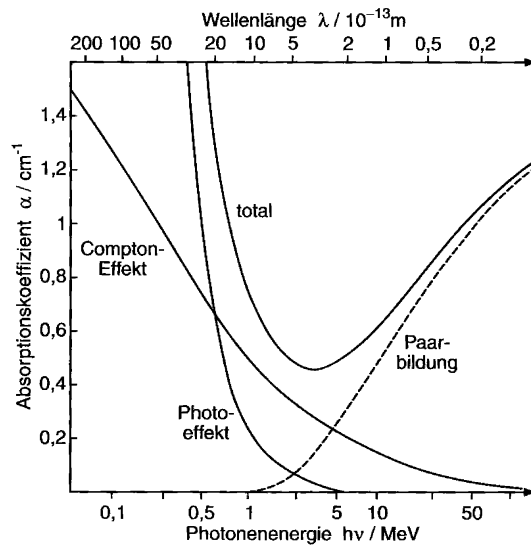


Abbildung 1: Energieabhängigkeit der einzelnen Effekte und Gesamtwirkung

2.2 Photoeffekt

Trifft ein γ -Quant auf ein Atomelektron, so kann dieses die Energie des γ -Quants vollständig absorbieren. Es wird dann entweder auf einen Zustand höherer Energie angehoben, oder aus dem Atom herausgeschlagen. Dabei muss die zugeführte Energie $h\nu$ größer als die Bindungsenergie E_B sein. Das Elektron besitzt dann die kinetische Energie E_{kin} .

$$E_{\text{kin}} = h\nu - E_B \quad (1)$$

Die Bindungsenergie des Elektrons richtet sich nach der Kernladungszahl Z und der Schale, in dem sich das Elektron befindet. Je höher die Schale, desto geringer ist die Bindungsenergie, da hier die Kernladung stärker abgeschirmt wird. Im Absorptionsspektrum von γ -Quanten sind die Bereiche, in denen die Bindungsenergien der Elektronen in den jeweiligen Schalen liegen, deutlich als Spitzen zu erkennen.

2.3 Compton-Effekt

Der Comptoneffekt wurde im Jahr 1922 von Arthur Holly Compton entdeckt. Er beobachtete, dass monochromatische Röntgenstrahlung beim Durchgang durch Materie mit einer Vergrößerung der Wellenlänge gestreut wird (siehe Skizze in Abbildung 2). Indem er Bezug auf den Teilchencharakter der elektromagnetischen Strahlung nahm, erklärte Compton dieses Verhalten mit einem inelastischen Stoß des einstrahlenden γ -Quants mit einem Elektron.

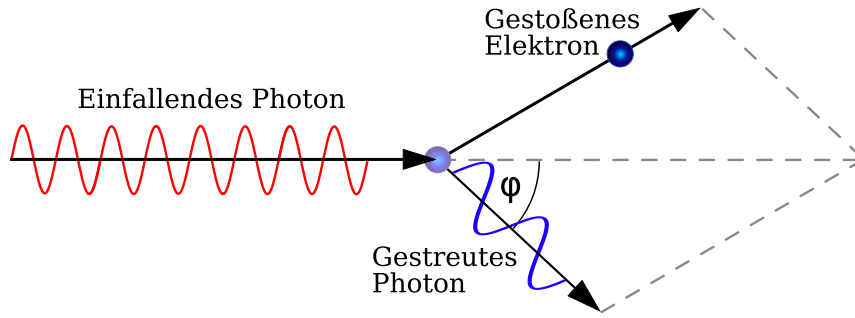


Abbildung 2: Skizze eines Compton-Streuprozesses

Für die Impulse und Energien vor und nach dem Stoß müssen die folgenden Erhaltungsgleichungen gelten

$$P_{\gamma}^{0x} + P_e^{0x} = P_{\gamma}^{1x} + P_e^{1x} \quad (2)$$

$$P_{\gamma}^{0y} + P_e^{0y} = P_{\gamma}^{1y} + P_e^{1y} \quad (3)$$

$$E_{\gamma}^0 + E_e^0 = E_{\gamma}^1 + E_e^1 \quad (4)$$

mit der Frequenz ν_0 vor und ν_1 nach dem Stoß, dem Planck'schen Wirkungsquantum h , der Ruhemasse des Elektrons m_0 , der relativistischen Masse des Elektrons

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (5)$$

und der Geschwindigkeit v des Elektrons nach dem Stoß. Es ergibt sich unter der Annahme, dass das Elektron vor dem Stoß in Ruhe war für (2)

$$h \frac{\nu_0}{c} = h \frac{\nu_1}{c} \cos \varphi + mv \cos \theta \quad (6)$$

und ebenso für (3)

$$0 = h \frac{\nu_1}{c} \sin \varphi - mv \sin \theta \quad (7)$$

desgleichen für die Energie (4)

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu_1 + m_0c^2 + \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0c^2 \quad (8)$$

Mittels elementarer Umformungen (siehe Abschnitt 4) ergibt sich der Wellenlängenversatz in Abhängigkeit des Streuwinkels zu

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos \varphi) \quad (9)$$

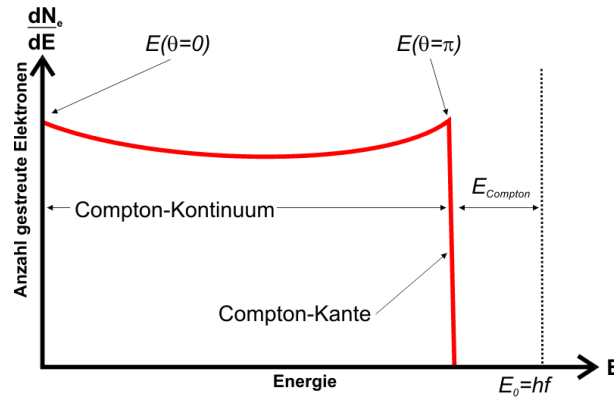


Abbildung 3: Energieverteilung der Compton-Elektronen bei einfallenden monochromatischen γ -Quanten

mit dem Streuwinkel φ und der Compton-Wellenlänge des Elektrons λ_c

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2,4262 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (10)$$

Die gestreute Wellenlänge ist immer größer als die eingestrahelte Wellenlänge. Der maximale Energieübertrag auf das Elektron findet bei Rückwärtsstreuung – also bei $\varphi = 180$ – statt. Die Photonenergie bei diesem Streuwinkel bezeichnet man als Comptonkante. Sie ist im Spektrum, wie in Abbildung 3 zu sehen, sehr deutlich zu erkennen.

2.4 Paarbildung

Entspricht die Photonenenergie der doppelten Ruheenergie des Elektrons, also $E_\gamma = m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$, so kann ein Elektron-Positron-Paar erzeugt werden. Dieses Paar gibt seine kinetische Energie im Festkörper ab. Dabei wird ein Elektron aus dem Dirac-See angehoben, wodurch dort ein Loch bzw. ein Positron entsteht. Durch Paarvernichtung entstehen zwei γ -Quanten, die jeweils die Energie von 511 keV besitzen.

2.5 Wirkungsquerschnitte

Die Wirkungsquerschnitte aller drei Effekte zeigen alle eine starke Abhängigkeit von der Kernladungszahl des Absorbers. Beim Photoeffekt ist der Wirkungsquerschnitt proportional zu Z^4 bis Z^5 , der des Comptoneffekts ist bei nicht zu kleinen Energien proportional zu Z , bei der Paarerzeugung ist der Wirkungsquerschnitt proportional zu Z^2 .

3 Apparaturen und Aufbau

3.1 Szintillationszähler

Beim Szintillationszähler erzeugen die nachzuweisenden Teilchen durch Anregung der Atome und Moleküle einen Lichtblitz, der durch einen oder mehrere Photomultiplier

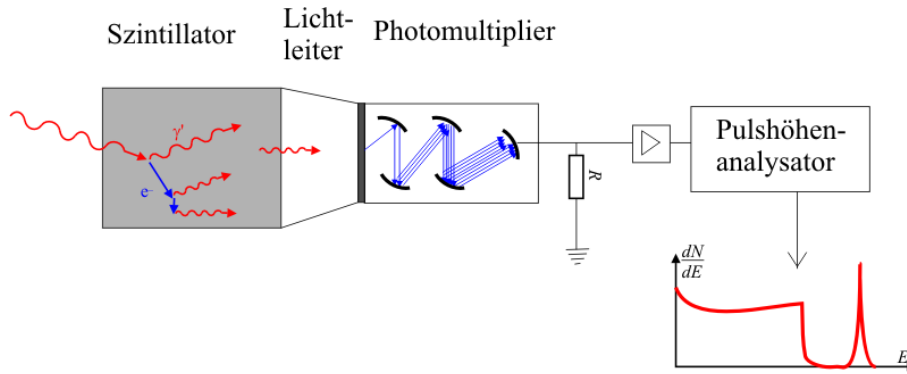


Abbildung 4: Skizze eines Szintillationszählers

nachgewiesen werden kann (siehe Skizze in Abbildung 4). Der Nachweis der γ -Quanten erfolgt über den Photoeffekt und den Comptoneffekt. Die so erzeugten Sekundärelektronen verursachen dann mittels Anregung der Szintillatoratome die Lichtemission, die dann über die Photomultiplier verstärkt wird. Beim Szintillationszähler ist folgendes zu beachten:

- Der Szintillationszähler bzw. die Szintillationsschicht muss so groß sein, dass die zu messenden Teilchen vollständig abgebremst werden.
- Die Intensität darf nicht so hoch sein, dass die Photomultiplier übersteuert werden.
- Die Abbildung des Lichts auf die Photokathode muss überall die gleiche Effizienz haben.

Zum Nachweis von γ -Quanten sollten Materialien mit großer Kernladungszahl verwendet werden. In diesem Versuch wird als Szintillationsmaterial Natriumiodid (NaI) verwendet.

3.2 Koinzidenzstufe

Um den Zusammenhang zweier emittierter Partikel zu ermitteln, bedient man sich der sogenannten Koinzidenzmessung. Wenn zwei (oder mehr) Detektoren innerhalb einer bestimmten Auflösungszeit simultan ansprechen (siehe Abbildung 5), und man den daraus resultierenden Impuls registriert, spricht man von einer Koinzidenz. In unserem Versuch muss eine Koinzidenzstufe benutzt werden, da das Rückstosselektron und das gestreute γ -Quant unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten haben.

Bei der Anwendung der Koinzidenzmethode muss sichergestellt werden, dass die Anzahl der Koinzidenzen in der Messzeit hoch genug ist, um den statistischen Fehler ($\approx \sqrt{\text{Anzahl}}$) in akzeptablen Grenzen zu halten. Zudem sollte die Zählrate viel (ca. 10 mal) größer sein als die Anzahl der zufälligen Koinzidenzen – die immer auftreten. Dieses Verhältnis lässt sich über die Quellenstärke regeln.

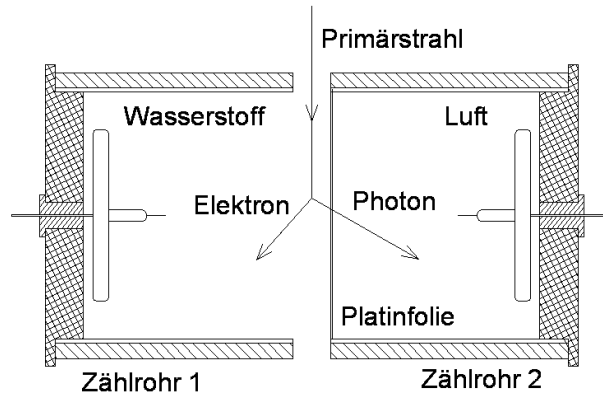


Abbildung 5: Versuchsanordnung einer Koinzidenzmessung

4 Messgleichungen

4.1 Comptonwellenlänge

Um die Comptonwellenlänge zu berechnen, quadriert man zunächst die bereits eingeführten Relationen für den Impuls in x-Richtung (6)

$$(mv \cos \theta)^2 = \left(h \frac{\nu_0}{c} - h \frac{\nu_1}{c} \cos \varphi \right)^2$$

$$m^2 v^2 \cos^2 \theta = h^2 \frac{\nu_0^2}{c^2} - 2h^2 \frac{\nu_0 \nu_1}{c^2} \cos \varphi + h^2 \frac{\nu_1^2}{c^2} \cos^2 \varphi$$

ebenso wie die Impulsrelation in y-Richtung (7)

$$m^2 v^2 \sin^2 \theta = h^2 \frac{\nu_1^2}{c^2} \sin^2 \varphi$$

Die Addition dieser Relationen führt zu

$$m^2 v^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = h^2 \left(\frac{\nu_0^2}{c^2} - 2 \frac{\nu_0 \nu_1}{c^2} \cos \varphi + \frac{\nu_1^2}{c^2} (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \right)$$

$$\frac{m_0^2 v^2}{1 - \beta^2} = \frac{h^2}{c^2} (\nu_0^2 + \nu_1^2 - 2\nu_0 \nu_1 \cos \varphi)$$

Quadrieren wir nun den Energiesatz (8)

$$\begin{aligned} \left(\frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 &= (h\nu_0 - h\nu_1 + m_0 c^2)^2 \\ \frac{m_0^2 c^4}{1-\beta^2} &= h^2(\nu_0 - \nu_1)^2 + 2hm_0 c^2(\nu_0 - \nu_1) + m_0^2 c^4 \\ \frac{m_0^2 c^4 - m_0^2 c^4 \cdot (1-\beta^2)}{1-\beta^2} &= h^2(\nu_0 - \nu_1)^2 + 2hm_0 c^2(\nu_0 - \nu_1) \\ \frac{m_0^2 v^2}{1-\beta^2} c^2 &= h^2(\nu_0 - \nu_1)^2 + 2hm_0 c^2(\nu_0 - \nu_1) \\ \frac{m_0^2 v^2}{1-\beta^2} &= \frac{h^2}{c^2}(\nu_0 - \nu_1)^2 + 2hm_0(\nu_0 - \nu_1) \end{aligned}$$

Wie man leicht erkennt, müssen also die rechten Seiten der quadrierten und addierten Impulsrelation und der Energierelation gleich sein:

$$\begin{aligned} \frac{h^2}{c^2}(\nu_0^2 + \nu_1^2 - 2\nu_0\nu_1 \cos \varphi) &= \frac{h^2}{c^2}(\nu_0 - \nu_1)^2 + 2hm_0(\nu_0 - \nu_1) \\ \frac{h^2}{c^2}\nu_0\nu_1 2(1 - \cos \varphi) &= 2hm_0(\nu_0 - \nu_1) \\ \frac{\nu_0 - \nu_1}{\nu_0\nu_1} &= \frac{h}{m_0 c^2}(1 - \cos \varphi) \end{aligned}$$

Da wir den Ausdruck in Wellenlängen betrachten möchten, benötigen wir die Relation

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_0 - \lambda_s \\ &= \frac{c}{\nu_0} - \frac{c}{\nu_1} \\ &= c \frac{\nu_1 - \nu_0}{\nu_1\nu_0} \end{aligned}$$

Setzen wir dies nun in die voranstehende Gleichung ein, so ergibt sich die Comptonstreuformel.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos \varphi) \quad (11)$$

$$= \lambda_c(1 - \cos \varphi) \quad (12)$$

Dies ist also der Ursprung der bereits in (9) erwähnten Relation