

Fortgeschrittenenpraktikum – Auswertung

# Mie-Streuung

Erik Streb\*, Martin Kavalár†

2. Juli 2007

Betreuer: Frau Dr. Tegeder

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1	Paulfalle . . . . .	2
2.2	Mie-Streuung . . . . .	3
2.3	Verdampfungsprozess eines Flüssigkeitstropfens . . . . .	5
2.4	Bestimmung der Massenladungsdichte von Teilchen in einer Paulfalle . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Der Versuchsaufbau</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Charakterisierung der Paulfalle mit kleinen Glaskügelchen . . . . .	6
4.2	Massenladungsdichte $Q/m$ . . . . .	6
4.3	Stabile Werte . . . . .	8
4.4	Bestimmung der Verdampfungsgeschwindigkeit . . . . .	8
4.4.1	Probleme . . . . .	8
4.4.2	Kalibrierung . . . . .	8
4.4.3	Videoaufnahme der Glykoltröpfchen . . . . .	10
4.4.4	Verdampfungsgeschwindigkeit . . . . .	10
4.4.5	Abweichung vom Literaturwert – Genauigkeit der Messmethode . . . . .	12

---

\*E-Mail: mail@erikstreb.de

†E-Mail: kavalár@gmail.com

## 1 Einleitung

In diesem Versuch soll die Streuung von Laserlicht an kleinen Glykoltröpfchen und Glas-  
kugeln untersucht werden, deren Radius in der Größenordnung der Lichtwellenlänge  
liegt. Die geladenen Tröpfchen werden dazu in einer elektrodynamischen Teilchenfalle –  
einer sogenannten *Paulfalle* – in der Schwebe gehalten. Außerdem kann das Verdampfen  
der Tröpfchen beobachtet werden.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Paulfalle

Um die Funktionsweise der Paulfalle zu verstehen, betrachtet man ein Teilchen der Masse  
 $m$  und der Ladung  $e$  im Potential

$$\Phi(\vec{r}) = V(\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2).$$

Der Raum sei – bis auf des Teilchen in der Falle – ladungsfrei, es muss daher die Laplace-  
Gleichung für  $\Phi$

$$\Delta\Phi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha + \beta + \gamma = 0 \quad (1)$$

erfüllt sein. Eine mögliche Lösung dieser Gleichung für die Koeffizienten  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ , die  
wir hier betrachten wollen, ist

$$\alpha = \beta \quad \text{und} \quad \gamma = -2\alpha.$$

Wir erhalten mit entsprechender Wahl von  $\alpha$  als Potential:

$$\Phi = \frac{V}{2r_0^2}(r^2 - 2z^2) \quad (2)$$

Dass dieses Potential für konstantes  $V$  nicht den Charakter einer Teilchenfalle hat, ist  
einleuchtend, denn es gibt wegen (1) keinen Ort *minimalen* Potentials. Wählt man aller-  
dings  $V$  als zeitabhängiges Wechselfeld, d. h.

$$V = V(t) = U - V_0 \cos(\omega t)$$

so zeigt sich, dass auf diese Weise die Realisierung einer Teilchenfalle möglich ist.

Die Bewegungsgleichungen des Teilchens in  $z$ - und  $r$ -Richtung sind mit  $\vec{F} = -Q\vec{\nabla}\Phi$   
gegeben durch

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{Q}{r_0^2 m} (U - V_0 \cos(\omega t)) r \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{Q}{r_0^2 m} (U - V_0 \cos(\omega t)) z. \quad (4)$$

Diese beiden Differentialgleichungen erhalten mit den Ersetzungen

$$a_z = -2a_r = -8 \frac{Q}{m\omega^2} \frac{U}{r_0^2}, \quad q_z = -2q_r = -4 \frac{Q}{m\omega^2} \frac{V_0}{r_0^2}, \quad 2\xi = \omega t \quad (5)$$

die Form der *Mathieuschen Differentialgleichung*

$$f''(\xi) + (a - 2b \cos(2\xi))f(\xi) = 0.$$

Die Lösungen der Mathieuschen Differentialgleichung sind bekannt. Ihre allgemeine Form ist gegeben durch:

$$f(\xi) = Ae^{\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{i2n\xi} + Be^{-\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{-i2n\xi}$$

Lässt man nun die tatsächliche Bahn des Teilchens außer Acht und untersucht nur die Frage, ob die Bahn des Teilchens stabil ist, d. h. ob  $r(t)$  und  $z(t)$  einen gewissen Abstand *nicht* überschreiten, so zeigt sich, dass für stabile Bahnen  $\text{Re}(\mu) = 0$  gelten muss. Als Stabilitätsbedingungen für die Koeffizienten der Differentialgleichung – somit die Größen  $m$  und  $Q$  sowie die Spannungen  $U$  und  $V_0$  – ergibt sich durch Rechnungen das sogenannte Stabilitätsdiagramm. In Abbildung 1 wurde  $a$  über  $q$  aufgetragen, der stabile Bereich ist durch die gestrichelten Funktionskurven eingegrenzt. Diese stabilen Bereiche sind nur für den idealisierten Fall des Vakuums gültig. Beachtet man noch eine viskose Dämpfung (z. B. durch Luftreibung), weiten sich die stabilen Zonen aus. Die Amplitude der stabilen Bahnen nimmt nach außen hin exponentiell ab, wodurch ein geladenes Teilchen in die Fallenmitte geführt wird.

Sind nun die Werte der Spannungen für ein bestimmtes Teilchen passend gewählt, so lässt es sich unbegrenzt lange in der Nähe des Koordinatenursprungs halten. Es wurde also mit elektrischen Feldern eine Teilchenfalle realisiert.

Um in der Praxis ein Quadrupolpotential der gewünschten Form zu erzeugen, werden Elektroden verwendet, die die Form von Äquipotentialflächen wie in (2) haben. Zu sehen in Abbildung 2.

## 2.2 Mie-Streuung

Als Mie-Streuung wird die Streuung von Licht an sphärischen, homogenen Partikeln bezeichnet. Im Grenzfall großer Kugelradien erhält man die Gesetze der geometrischen Optik, im Grenzfall kleiner Radien die Rayleigh-Streuung.

Die Theorie der Mie-Streuung ist dabei auf Partikel beschränkt, deren Durchmesser ungefähr von der Größenordnung der Wellenlänge des verwendeten Lichts ist. Liegt der Größenparameter  $\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$  in der Größenordnung von 1 – also wenn der Durchmesser des Partikels ungefähr von der Größenordnung der Wellenlänge des verwendeten Lichts ist –, so bilden sich äquidistante Beugungsmaxima aus, deren Abstand vom Größenparameter abhängt.

Die Lösung des theoretischen Problems der Lichtstreuung an einem solchen Partikel besteht im wesentlichen aus der Lösung der Maxwell-Gleichungen mit entsprechenden

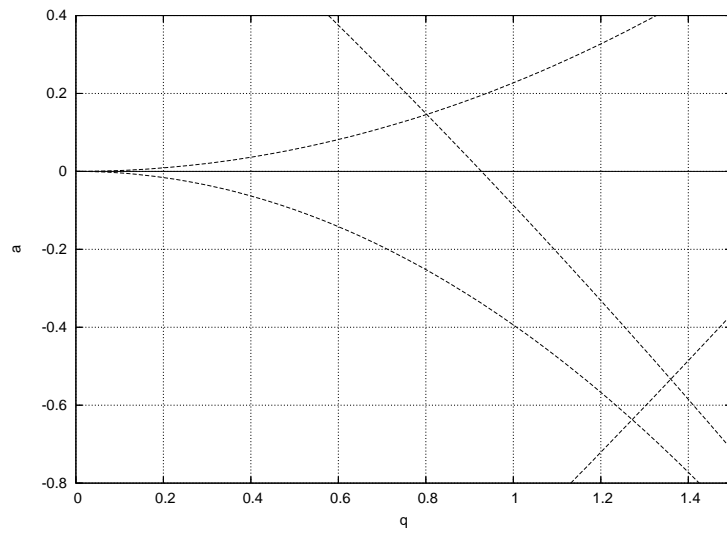


Abbildung 1: Das Stabilitätsdiagramm einer Paulfalle – stabiler Bereich innerhalb der gestrichelten Kurve.

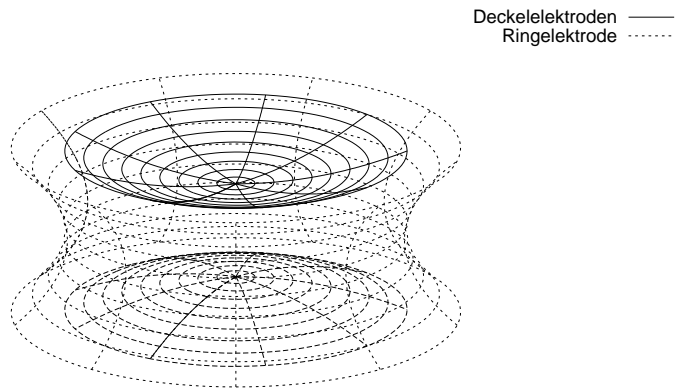


Abbildung 2: Die Form der Elektroden einer Paulfalle.

Stetigkeitsbedingungen für die Lösungen an dessen Oberfläche. Ein Ergebnis der theoretischen Überlegungen ist, dass die Intensitätsverteilung des Streulichts eine Abfolge von Minima und Maxima aufweist, deren Anzahl und Abstand von den Abmessungen und dem Brechungsindex des Partikels abhängen. Es ist also möglich, aus dem Streulicht Rückschlüsse auf den Durchmesser zu ziehen.

### 2.3 Verdampfungsprozess eines Flüssigkeitstropfens

Die Verdampfung eines Flüssigkeitstropfens in Luft bei konstanter Temperatur wird durch den Vorgang der Teilchendiffusion beschrieben. Für den Radius des Teilchens lässt sich folgende Differentialgleichung aufstellen:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{S}{2r} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dt}r^2(t) = -S$$

Der Koeffizient  $S$  ist dabei ein von der Umgebungstemperatur und vom Dampfdruck abhängiger Parameter. Durch Integration der Differentialgleichung gelangt man zu einer Gleichung für die Oberfläche des Teilchens, wobei  $r_0$  für den Radius des Tröpfchens zur Zeit  $t_0$  steht.

$$r^2(t) = r_0^2 - S \cdot (t - t_0) \quad (6)$$

### 2.4 Bestimmung der Massenladungsdichte $Q/m$ von Teilchen in einer Paulfalle

Befindet sich ein geladenes Teilchen der Masse  $m$  und Ladung  $Q$  in einem elektrischen Feld in Ruhe, so herrscht Kräftegleichgewicht. Die Gewichtskraft, die auf das Teilchen wirkt, wird also gerade von der Coulomb-Kraft kompensiert.

$$F_{\text{Gewicht}} = F_{\text{Coulomb}}$$

Für die Gewichtskraft gilt  $F_{\text{Gewicht}} = mg$ . Die Coulomb-Kraft auf das Teilchen wird durch den Fall eines homogenen elektrischen Feldes mit Hilfe eines Korrekturfaktors genähert ( $K = 0,798$ ).

$$F_{\text{Coulomb}} = Q \frac{U}{2z_0} K = Q \frac{U}{\sqrt{2}r_0} 0,798$$

Setzt man nun die Kräfte gleich, folgt für  $Q/m$  bei  $r_0 = 5 \text{ mm}$  und  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ :

$$\frac{Q}{m} = \frac{\sqrt{2}r_0g}{0,798 \cdot U} = \frac{8,6926}{U} \cdot 10^{-2} \frac{\text{C}}{\text{m}} \quad (7)$$

## 3 Der Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Paulfalle, einem Helium-Neon-Laser und einer digitalen Videokamera. Der Laserstrahl wird auf das Zentrum der Paulfalle gerichtet und das Streulicht mit der Kamera aufgenommen. Die Streulichtintensität wird dann mit einem Computerprogramm analysiert.

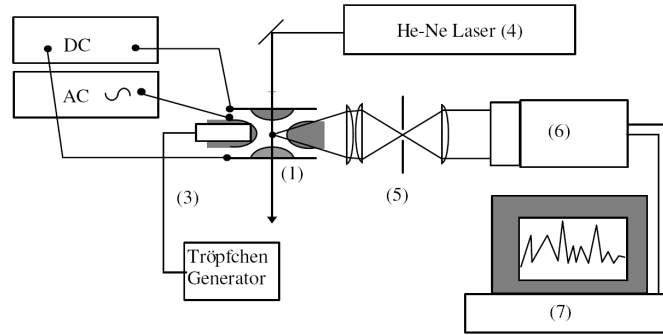


Abbildung 3: Skizze des Versuchsaufbaus, mit den Komponenten (1) Paulfalle, (3) Piezo-Injektor, (5) Linsensystem, (6) CCD-Kamera und (7) Messcomputer.

## 4 Auswertung

### 4.1 Charakterisierung der Paulfalle mit kleinen Glaskügelchen

Zunächst wurde die Falle mit einer angelegten Wechselspannungsamplitude von 1 kV mit einer Frequenz von 100 Hz in Betrieb genommen. Dann wurden die Glaskügelchen mittels eines Glasstäbchens in die Paulfalle gebracht. Das Bild der Kamera zeigte den mit einem HeNe-Laser beleuchteten Probenbereich der Falle und die Kügelchen, die durch die Falle fielen. Um die Kügelchen zu fangen, wurde die Gleichspannung zwischen Deckel- und Bodenelektrode variiert, sowie die Amplitude der Wechselspannung und die Wechselspannungsfrequenz etwas erhöht. Außerdem wurden die Gleichspannungselektroden probeweise umgepolt, um die entgegengesetzt geladenen Kügelchen fangen zu können. Nach ein paar Versuchen und Umpolungen konnten mehrere Glaskugeln in der Falle gefangen werden.

Bei Erhöhung der Gleichspannung  $U$  wurde das Teilchen nach oben verschoben, wenn man die Frequenz  $f$  erhöhte verschob sich das Teilchen nach links und bei Anhebung der Wechselspannungsamplitude  $V_0$  verschob man es nach rechts.

### 4.2 Massenladungsdichte $Q/m$

Zur Bestimmung des  $Q/m$ -Verhältnisses der Kugeln wurden zunächst die Werte der Winkelfrequenz  $\omega = 2\pi f$  (bzw. eigentlich die Frequenz  $f$ ), Gleichspannung  $U$  und Wechselspannungsamplitude  $V_0$  variiert und für 10 Kügelchen die Werte und der Zustand der Teilchenbahn beobachtet und notiert (Tabelle 1). Zur Erstellung von Tabelle 2 wurden die Werte benutzt, bei denen die jeweilige Kugel in der Falle stabil zu sein schien und dann mit den Gleichungen (5) und (7) die Massenladungsdichte bestimmt. Die  $Q/m$ -Verhältnisse liegen im erwarteten Bereich.

Kugel	$U$ in V	$V_0$ in kV	$f$ in Hz	Zustand
1	25	1,75	203	labil
	38	1,75	203	labil
	14	2,00	203	sehr stabil
	0	1,35	203	wackelt, verschwommen
	0	1,00	203	—
	13	1,00	203	—
	57	2,00	203	etwas stabiler
	60	3,00	203	verschwommen
	-40	3,00	203	—
	-50	3,00	203	verschwommen
2	15	1,10	300	verloren
	24	1,75	164	—
	24	1,75	216	Kugel noch weiß
	24	1,75	245	wird blau/schwarz/durchsichtig
3	24	1,75	275	verloren oder nicht mehr sichtbar
	44	2,75	169	ca. 30 Stück sichtbar
	44	2,15	187	nur noch 1
	44	2,00	209	sehr stabil
4	44	0,50	49	—
	38	2,00	203	durchsichtig
	38	3,20	132	weiß
	38	1,25	250	verloren
5	25	2,50	74	verwaschen
	19	2,05	185	durchsichtig, aber stabil
6	18	2,95	350	—
	18	1,90	130	stabil
	18	0,95	130	geht zur Seite
	18	0,95	49	durchsichtig
7	20	2,50	195	—
	0	2,35	54	verschwommen
	0	2,70	54	bewegt sich schnell hin- und her
	0	2,60	54	wird wieder stabiler
8	0	0,65	49	—
	0	1,43	49	stabil, durchsichtig
9	0	2,45	49	—
	0	1,50	49	verschwommen
	0	1,05	49	leicht verwaschen
10	-28	2,80	215	—
	-31	2,65	196	—

Tabelle 1: Beobachtung der Glaskügelchen in der Paulfalle.

Kugel	$U$ [V]	$V_0$ [kV]	$\omega$ [ $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ]	$Q/m$ [ $10^{-3} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ ]	$-a$	$-q$
1	14	2,00	1275,49	$6,21 \pm 0,06$	$(1,71 \pm 0,03) 10^{-2}$	$1,22 \pm 0,04$
2	24	1,75	1357,17	$3,62 \pm 0,04$	$(1,51 \pm 0,03) 10^{-2}$	$0,55 \pm 0,02$
3	44	2,00	1313,19	$1,98 \pm 0,02$	$(1,61 \pm 0,03) 10^{-2}$	$0,37 \pm 0,01$
4	38	3,20	829,38	$2,29 \pm 0,02$	$(4,04 \pm 0,08) 10^{-2}$	$1,70 \pm 0,05$
5	19	2,05	1162,39	$4,58 \pm 0,05$	$(2,06 \pm 0,04) 10^{-2}$	$1,11 \pm 0,03$
6	18	1,90	816,81	$4,83 \pm 0,05$	$(4,17 \pm 0,08) 10^{-2}$	$2,20 \pm 0,07$

Tabelle 2: Stabile Glaskügelchen in der Paulfalle.

### 4.3 Stabile Werte

Zur Erkundung des Stabilitätsbereiches der Paulfalle wurden die Parameter der Paulfalle variiert und festgehalten, als die jeweilige Kugel aus der Paulfalle fiel. Die mittels Gleichung (5) erhaltenen Werte wurden über  $q$  als Messpunkte im Stabilitätsdiagramm (Abbildung 4) eingetragen.

Die meisten Werte liegen zwar im Stabilitätsdiagramm für  $q$  und  $a$ , es ist allerdings nicht erkennbar, dass wir im Versuch den kompletten stabilen Bereich entlangefahren sind.

### 4.4 Bestimmung der Verdampfungsgeschwindigkeit

#### 4.4.1 Probleme

Für die eigentlich folgenden Aufzeichnungen der Intensitätsverteilungen musste ein fremder Datensatz herangezogen werden, da die Paulfalle nach den ersten Messungen mit Glykoltröpfchen nicht mehr benutzbar war, weil möglicherweise der Laserstrahl auf unerklärliche Weise defokussiert wurde und auf die schnelle nicht wieder zu richten war. Eventuell war es aber auch ein anderes Problem, Symptom war lediglich, dass man auf dem Kamerabild einen immer sehr hellen „Rand“ der Paulfalle sah, der die zu untersuchenden Kügelchen überblendete, so dass man diese kaum noch finden konnte. Daher die Vermutung, dass der Laserstrahl nicht genau auf die Mitte der Paulfallenlaserstrahl Eintrittsöffnung gerichtet, sondern auf den Rand der Öffnung gerichtet war, wo der Strahl reflektiert und direkt in die Kamera geleitet wurde.

#### 4.4.2 Kalibrierung

Wir hatten schon vorher mit den Markierungslinien im Aufzeichnungsprogramm einen Beobachtungsbereich gewählt, indem die Linien an die Lage eines probeweise eingefangenen Glaskügelchens angepaßt wurden. Durch die ablesbaren Pixelangaben und die vorgegebenen Maße der Versuchsanordnung hätten wir unseren Streuwinkelbereich berechnen können, jedoch haben wir auch hier die passenden Streuwinkel des fremden Datensatzes verwendet. Die linke Kugelgrenze war dort bei  $81,89^\circ$  und die rechte bei  $98,11^\circ$ .

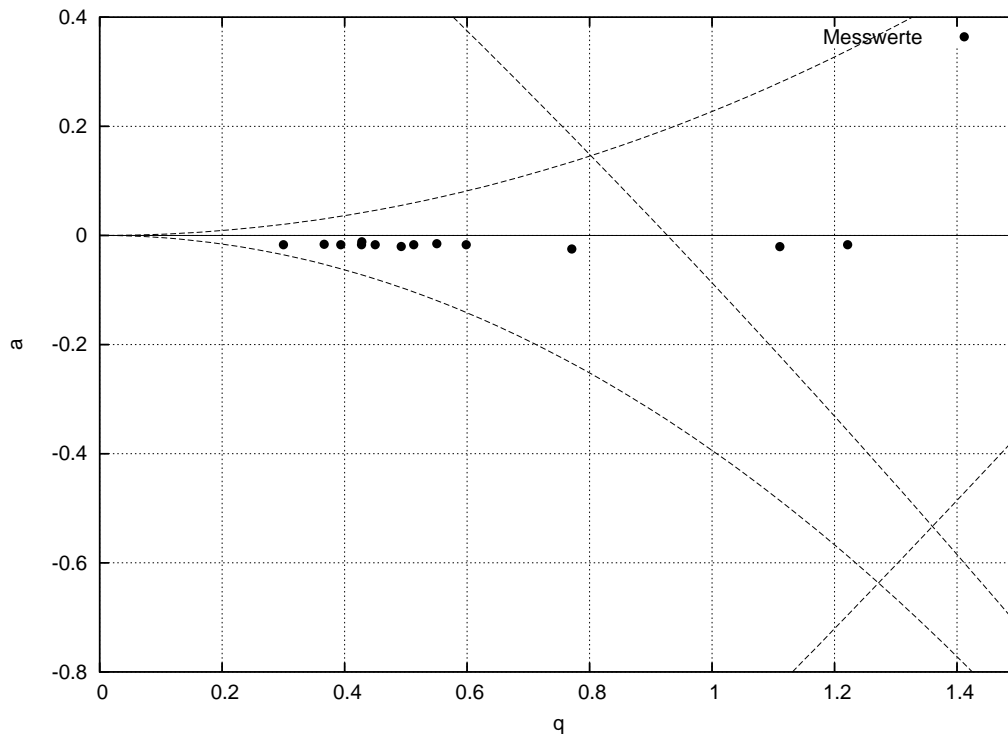


Abbildung 4: Die Messwerte für Frequenz, Wechsel- und Gleichspannung aufgetragen als Werte  $a$  über  $q$  im Stabilitätsdiagramm.

#### 4.4.3 Videoaufnahme der Glykoltröpfchen

Es stellte sich als schwierig heraus, ein Glykoltröpfchen in die Falle zu bekommen, da sich viel öfter Glaskügelchen in der Falle fanden; und beide Arten von Teilchen waren wegen der angesprochenen Defokussierung des Lasers kaum zu sehen. Auch nachdem die Piezodüse für 15 Sekunden auf Dauerbetrieb gestellt worden war (zur Reinigung), konnten nur vermeintliche Glykoltröpfchen hintereinander in der Falle gefangen werden, denn wie sich herausstellte änderten sie ihre Größe nicht – ein Beweis, dass es sich um Glaskügelchen handelte. Um Interferenzen zu unterdrücken, wurde die Messung mit einer Blende vor der Kamera gemacht, allerdings wurde das Bild dadurch noch viel dunkler, als es sowieso schon war.

Nach 6 oder 7 erfolglosen Aufnahmen (alles Glaskügelchen) gaben wir auf und zogen die bereits erwähnten fremden Messwerte heran, um daran eine Auswertung des Verdampfungsverhaltens durchzuführen.

#### 4.4.4 Verdampfungsgeschwindigkeit

Die Messdaten der genutzten Messwerte wurden etwas über 200 Sekunden aufgezeichnet, wovon wir nur ca. 196 Sekunden verwendeten, da am Ende der Messung der Radius nur noch sehr ungenau bestimmt werden konnte – das Glykoltröpfchen war fast verschwunden.

Die Animation konnte dann mithilfe eines Anpassungsprogrammes, in dem der Brechungsindex des Glykol vorher eingestellt worden war, untersucht werden. Man passte das vom Programm berechnete theoretische Intensitätsmuster dem gemessenen bei gleichen Parametern an und bekam dann vom Programm einen entsprechenden Radius angezeigt. Und zwar konnte die Übereinstimmung beider Verteilungen an einer zweiten Kurve abgelesen werden, wobei ein Maximum dieser zweiten Kurve die maximale Übereinstimmung bedeutete und damit fast den tatsächlichen Radius ergab.

Indem man dies für verschiedene Zeitpunkte tat – bei uns alle 90 Bilder, was einem Abstand von 10,35 Sekunden entsprach –, bekam man einen zeitlichen Verlauf des Radius. Gegen Ende der Messung, als das Tröpfchen sehr klein wurde, wurden die Halbwertsbreiten der Intensitätsspitzen leider sehr groß und der Fehler des Radius deswegen größer. Unter  $12\ \mu\text{m}$  ließ sich dann keine vergleichende Anpassung mehr vornehmen, weil sie zu willkürlich wurde. Zu Beginn der Messung betrug der Tröpfchendurchmesser etwa  $46\ \mu\text{m}$ .

Eigentlich hätten wir bei unseren eigenen Messungen öfter die Frequenz erhöhen müssen, um das Tröpfchen stabil zu halten, da sich die Massenladungsdichte durch Verdampfung ändern sollte. Jedoch mussten wir das nie, weil offensichtlich alle unsere Messungen mit Glaskügelchen durchgeführt wurden.

In Abbildung 5 ist das Radiusquadrat gegen die Zeit aufgetragen.

Die Messung zeigt den erwarteten quadratischen Zusammenhang zwischen dem Radius und der Zeit, und man erhält durch Umstellung von Gleichung (6) den Verdampfungsparameter

$$S = (0,0027 \pm 0,0002) \frac{\mu\text{m}}{\text{ms}} = (2,7 \pm 0,2) \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$$

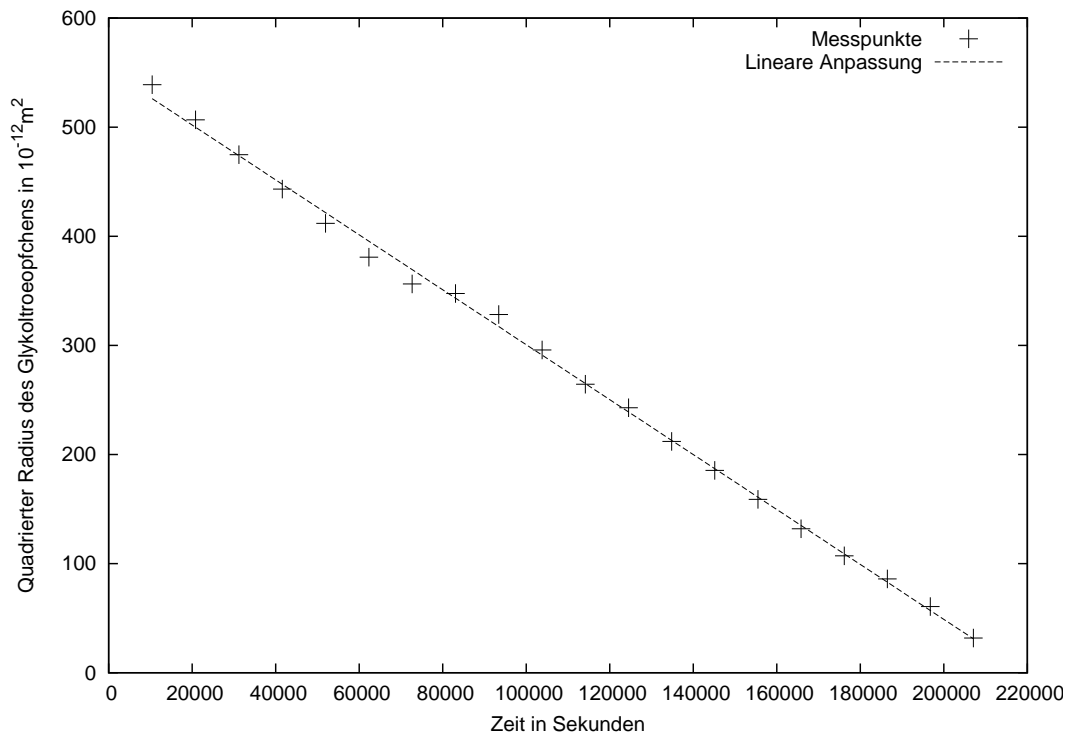


Abbildung 5: Radiusquadrat eines verdampfenden Glykoltröpfchens aufgetragen nach der Zeit.

#### 4.4.5 Abweichung vom Literaturwert – Genauigkeit der Messmethode

Dieser Wert weicht jedoch signifikant vom Literaturwert  $S = (1,92 \pm 0,02) \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$  aus der Diplomarbeit von Ulrike Buolt auf Seite 91 ab. Das könnte unter anderem daran liegen, dass die Theorie nicht berücksichtigt, dass die Verdampfungsgeschwindigkeit nicht linear ist. Denn zum einen nimmt  $Q/m$  zu, sodass die Van-der-Waals- und Dipolbindungskräfte geschwächt werden. Zum anderen nimmt mit schrumpfendem Radius die Krümmung zu, sodass es weniger Energie kosten sollte, einen Dampfpartikel aus dem Tröpfchenverband los zu lösen.

Grundsätzlich ermöglicht die Mie-Streuung eine Auflösung bis in die Größenordnung der verwendeten Wellenlänge. Bei dem verwendeten roten Helium-Neon-Laser waren das laut Aufdruck auf dem Gerät 634 nm. Der kleinste aufgenommene Durchmesser betrug jedoch ca.  $12 \mu\text{m}$ , liegt damit also über eine Größenordnung oberhalb der Auflösungsgrenze. Hierin wird folglich keine Fehlerquelle liegen.

Der größte Fehler trat sicher durch Oszillationen des Teilchens auf, da die Paulfalle nur unzureichend von der Raumluft getrennt war und damit der permanenten Luftbewegung ausgesetzt. Weitere Fehlerquellen sind die Abbildungsoptik (inklusive Winkeleichung) und eine gewisse Ambivalenz bei den Messspitzen der Korrelationsfunktion (oft gab es mehr als ein Maximum). Außerdem konnten wir bei unseren eigenen Messungen nicht immer mit Gewissheit sagen, ob sich nur genau ein Tröpfchen in der Falle befand. Diese Ungenauigkeit könnte auch den Messwertaufnehmern wiederfahren sein. Eine wichtige Voraussetzung der Theorie ist sehr wahrscheinlich auch nicht gegeben: Homogene, sphärische Teilchen. Schon allein wegen der Schwingungen der Tröpfchen innerhalb der Paulfalle nehmen wir an, dass sie sich dynamisch deformiert haben.

## 5 Schlussbemerkung

Anhand dieses Versuchs war es einerseits möglich, das Prinzip der Paulfalle gut zu verstehen und Glaskügelchen lange genug für die erforderlichen Messungen zu speichern. Andererseits war auch die Mie-Streuung an den Tröpfchen sehr gut beobachtbar. Bei der Versuchsdurchführung mit den Glaskügelchen bereitete vor allem das Einbringen der Kügelchen in die Paulfalle Probleme. Unsere  $Q/m$ -Messungen ergeben Werte innerhalb von drei Größenordnungen. A priori haben wir keine Erwartung an die Werte. Mögliche Erklärung hierfür könnte sein, dass es uns nicht gelungen ist, ein einzelnes Kügelchen isoliert in der Falle zu halten, und so die Ergebnisse durch weitere Kügelchen verfälscht wurden. Außerdem war es schwierig abzuschätzen, wann die Gewichtskraft wirklich allein durch die Gleichspannung kompensiert wurde, da schließlich auch ohne angelegte Gleichspannung nur mit Hilfe der Wechspannung das Kügelchen in der Fallenmitte gehalten werden kann (vgl. Messungen mit  $U = 0$ ) und ein stabiles Einfangen ohne Wechspannung nicht möglich ist.

Ein weiterer Punkt betrifft die Bestimmung des Stabilitätsbereichs. Bei der theoretischen Betrachtung und der Herleitung der Stabilitätsparameter aus der Mathieuschen Differentialgleichung wird ein Vakuum vorausgesetzt, was in unserem Versuch nicht realisiert wurde. Die im Versuch auftretende Reibung kann, wie oben schon angedeutet, zum

Teil die Ausdehnung des Stabilitätsbereiches über die theoretisch berechneten Grenzen erklären. Außerdem war auch die präzise Bestimmung der wirklichen Stabilitätsgrenzen schwierig, da für jede Glaskugel nur einige wenige Werte für die Spannungen und Frequenz eingestellt werden konnten, bevor diese dann doch verloren ging. Wir hatten zudem kein eindeutiges Kriterium für die Instabilität eines Kügelchens, da man mit bloßem Auge nicht gut beurteilen kann, ob eine Teilchenbahn stabil ist oder nicht. Daher stellten wir bei den Grenzen des stabilen Bereichs auch – wie zu erwarten – fest, dass unsere Werte für  $q$  teilweise wesentlich größer waren als von der Theorie vorhergesagt. Daher ist diese Methode offensichtlich nicht geeignet, um das Stabilitätsdiagramm der Paulfalle nach zu vollziehen.

Bei der Untersuchung der Verdampfung erhielten wir eine sehr gute Übereinstimmung mit dem erwarteten theoretischen Verlauf. Bis auf drei oder vier Ausreißer zeigten alle Messwerte innerhalb der Fehlergrenzen den erwarteten Wurzelverlauf. Die Ausreißer lassen sich durch die Vorgehensweise beim Abgleich der Tröpfchengröße mit Hilfe des Computers erklären, denn uns war erst nach ein paar Abgleichungen klar, wie man den präzisesten Wert für den Durchmesser bekommt. Dabei mussten wir das Interferenzmuster Bild für Bild (im Abstand von 90 Bildern) mit den theoretischen, berechneten Frequenzverläufen vergleichen, und die Übereinstimmung konnte schon innerhalb weniger Bilder sehr stark variieren. Es ist daher gut möglich, dass wir bei den Ausreißern nur einige wenige Bilder daneben lagen, was den entsprechenden abgelesenen Radius derart verfälschte.

## Literatur

- [1] C.F. Bohren and D.R. Huffmann: »Absorption and Scattering of Light by Small Particles«, John Wiley and Sons, New York, 1983.
- [2] Busolt: »Winkelaufgelöste Beobachtung der Mie-Streuung an einzelnen Mikropartikeln«, Diplomarbeit Ulrike Busolt, FB Physik der FU Berlin, 1995.
- [3] M. Born and E. Wolf: »Principles of Optics«, Cambridge University Press, 7th (expanded) Edition, S. 759ff.
- [4] Deutsche und englische Ausgabe der Wikipedia: <http://wikipedia.org>, Stand Mai 2007.