17.05.2002

5. Übung zur Vorlesung Informatik B

Institut für Informatik, FU Berlin, SoSe 2002

1. (5 Punkte) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen. Dabei sind $f(n)$ und $g(n)$ beliebige positive Funktionen mit natürlichen Zahlen als Argumente.

   (a) $f(n) + g(n) = \Theta \min((f(n), g(n))$

   (b) $f(n) = O((f(n)^2)$

   (c) $f(n) = \Theta(f(n/2))$

   (d) $f(n) + o(f(n) = \Theta(f(n))$

   (e) $f(n) = O(g(n))$ impliziert $2^{f(n)} = O(2^{g(n)}$

2. (6 Punkte) Modellieren Sie graphentheoretisch folgendes Problem und lösen Sie es algorithmisch. Eine Stadt führt ein neues Preissystem im ÖPNV ein. Von Station a nach Station b richtet sich Ihr Fahrpreis nach der Anzahl x der benutzten Linien. Genauer, er beträgt $2x$ Euro. Schreiben Sie einen effizienten Algorithmus, der von Ihrer Lieblingsstation billigste Verbindungen zu allen anderen Stationen ausgibt. Wie sieht der Algorithmus aus (Pseudocode mit Kommentaren)und (optional) was ist seine Laufzeit in O-Notation? Tipp: Stellen Sie sich das Gesamtnetz als ungerichteten Graph vor. Die Knoten sind Haltestellen im Netz. Dazu gibt es noch eine Liste von Linien. Jede Linie ist ein Weg im Graph, gegeben durch die Knoten (also Haltestellen), die zur Linie gehören.

3. (4 Punkte) Analysieren Sie die Laufzeit des Kruskal–MST–Algorithmus in O-Notation. Jede Operation MakeSet und FindSet hat konstante Kosten. Die Kosten aller UnionFind–Operationen zusammen sind $O(|V| \log_2 |V|)$, wenn man die auf dem letzten Übungszettel skizzierte Realisierung der Datenstruktur benutzt.

4. (0 Punkte) Machen Sie sich mit Ihrer Java–Arbeitsumgebung vertraut!!

Hinweis: Beim letzten Zettel, Aufgabe 4 ist die Voraussetzung $f(n) = \Theta(g(n)$ überflüssig. Auch allgemein ist die Ausage richtig.

Abgabe: 29.05.2002, 12 Uhr s.t.