03.05.2002

3. Übung zur Vorlesung Informatik B

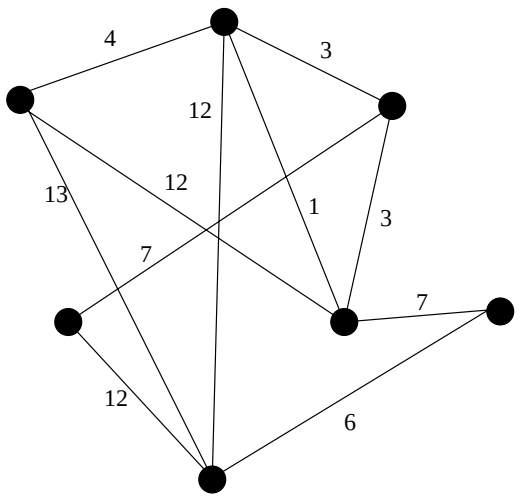
Institut für Informatik, FU Berlin, SoSe 2002

1. (5 Punkte) Geben Sie die Details des in der Vorlesung skizzierten Verfahrens zur Bestimmung einer topologischen Sortierung, das darauf beruht, in einem gerichteten azyklischen Graphen (dag) nacheinander Knoten vom Ingrad 0 zu entfernen.

   (a) (2 Punkte) Beweisen Sie, dass es in jedem dag mindestens einen Knoten mit Ingrad 0 gibt.

   (b) (3 Punkte) Setzen Sie obige Erkenntnis zur algorithmischen topologischen Sortierung ein, schreiben Sie dies in Pseudocode auf und kommentieren Sie Ihren Algorithmus.

2. (2 Punkte) Bestimmen Sie für den dargestellten Graphen einen aufspannenden Baum mit maximalem (!) Gesamtkantengewicht.



3. (5 Punkte) Sei T ein MST für einen zusammenhängenden ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit Gewichtsfunktion w auf den Kanten.

   (a) (2 Punkte) Wenn G mindestens soviel Kanten wie Knoten enthält, dann hat G mehr als einen aufspannenden Baum.
   Warum?

   (b) (3 Punkte) Unter den Voraussetzungen von (a): Welche Kante e', die nicht zu T gehört, muss man gegen welche Baum–Kante e austauschen, damit $T' = (T \setminus \{e\}) \cup \{e'\}$ ein zweitleichtester aufspannender Baum von G ist?
   Begründen Sie Ihre Antwort!

4. (4 Punkte) Ein *Senke* in einem gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist ein Knoten mit Ingrad $|V| - 1$ und Ausgrad 0. Der Graph sei in Adjazenzmatrixdarstellung (mit $|V|^2$ Einträgen) gegeben. Argumentieren Sie, dass man im Wesentlichen nur $|V|$ Anfragen an Matrixeinträge stellen muss, um zu entscheiden, ob G eine Senke besitzt.

Abgabe: 15.05.2002, 12 Uhr s.t.